

刚体的转动

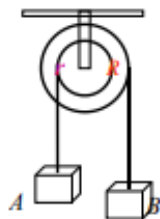
第一节 刚体定轴转动 转动定律

1. 有两个力作用在一个有固定转轴的刚体上
- (a)这两个力都平行于轴作用时, 它们对轴的合力矩一定是零
 (b)这两个力都垂直于轴作用时, 它们对轴的合力矩可能是零
 (c)当这两个力的合力为零时, 它们对轴的合力矩也一定是零
 (d)当这两个力对轴的合力矩为零时, 它们的合力也一定是零
- 对上述说法, 下列判断正确的是 []
- A 只有(a)是正确的 B 只有(a)、(b)正确
 C 只有(a)、(b)、(c)正确 D 都正确
2. 有两个半径相同, 质量相等的细圆环 A 和 B 。 A 环的质量分布均匀, B 环的质量分布不均匀。它们对通过环心并与环面垂直的轴的转动惯量分别为 J_A 和 J_B , 则 []
- A $J_A > J_B$ B $J_A < J_B$
 C $J_A = J_B$ D 不能确定 J_A 、 J_B 哪个大
3. 均匀细棒 OA 可绕通过其一端 O 而与棒垂直的水平固定光滑轴转动, 如图所示。今使棒从水平位置由静止开始自由下落, 在棒摆动到竖直位置的过程中, 下述说法哪一种是正确的 []
- A 角速度从小到大, 角加速度从大到小
 B 角速度从小到大, 角加速度从小到大
 C 角速度从大到小, 角加速度从大到小
 D 角速度从大到小, 角加速度从小到大

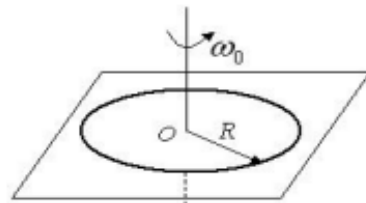


4. 下列说法错误的是 []
- A 角速度大的物体, 受的合外力矩不一定大;
 B 有角加速度的物体, 所受的合外力矩不可能为零;
 C 有角加速度的物体, 所受合外力一定不为零;
 D 作定轴(轴过质心)转动的物体, 不论角加速度多大, 所受合外力一定为零。
5. 一个以恒定角加速度转动的圆盘, 如果在某一时刻的角速度为 ω_1 , 再转 10 转后的角速度为 ω_2 , 则角加速度 $\alpha =$ _____, 转过上述 10 转所需的时间 $\Delta t =$ _____。
6. 一电唱机的转盘以 n 的转速匀速转动, 则与转轴相距 r 的转盘上的一点 P 的线速度 $v =$ _____, 法向加速度 $a_n =$ _____。在电唱机断电后, 转盘在恒定的阻力矩作用下减速, 并在 Δt 内停止转动, 则转盘在停止转动前的角加速度 $\alpha =$ _____, 转过的圈数 $N =$ _____。
7. 一转动惯量为 J 的圆盘绕一固定轴转动, 起始角速度为 ω_0 , 设它所受的阻力矩与转动角速度成正比, 即 $M = -k\omega$ (k 为正的常数), 则它的角速度从 ω_0 降至一半所需的时间 $t =$ _____。

8. 如图： R 和 r 分别为定滑轮上两个圆轮所对应的半径，定滑轮两端分别悬挂质量都是 m 的物块 A 和 B ，已知滑轮的转动惯量为 J ，求 A 、 B 两物体的加速度及滑轮的角加速度。



9. 如图所示，一质量为 m ，半径为 R 的均匀圆环平放在桌面上，圆环与桌面间的动摩擦因数为 μ ，在 $t=0$ 时，圆环绕通过圆心并且垂直桌面的转轴以角速度 ω_0 旋转，求(1)圆环转动过程中摩擦力对转轴的力矩；(2)停止转动所需时间；(3)将圆环换成半径为 R 的均匀圆板，则圆板转动过程中摩擦力对转轴的力矩。



11. 思考题

如果一个刚体所受合外力为零，其合外力矩是否也一定为零？如果刚体所受合外力矩为零，其合外力是否也一定为零？

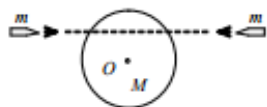
第二节 角动量 角动量守恒

1. 人造地球卫星绕地球作椭圆轨道运动，卫星近地点和远地点分别为 A 和 B。用 L 和 E_k 分别表示卫星对地心的角动量和动能，则 []

A $L_A > L_B, E_{kA} > E_{kB}$ B $L_A = L_B, E_{kA} < E_{kB}$

C $L_A = L_B, E_{kA} > E_{kB}$ D $L_A < L_B, E_{kA} < E_{kB}$

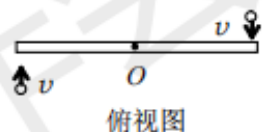
2. 一圆盘正绕垂直于盘面的水平光滑固定轴 O 转动，如图射来两个质量相同，速度大小相同，方向相反并在一条直线上的子弹，子弹射入圆盘并且留在盘内，则子弹射入后的瞬间，圆盘的角速度 ω []



A 增大 B 不变 C 减小 D 不能确定

3. 光滑的水平桌面上，有一长为 $2L$ 、质量为 m 的匀质细杆，可绕过其中点且垂直于杆的竖直光滑固定轴 O 自由转动，其转动惯量为 $\frac{1}{3}mL^2$ ，起初杆静止。

桌面上有两个质量均为 m 的小球，各自在垂直于杆的方向上，正对着杆的一端，以相同速率 v 相向运动，如图所示。当两小球同时与杆的两个端点发生完全非弹性碰撞后，就与杆粘在一起转动，则这一系统碰撞后的转动角速度应为 []



A $\frac{2v}{3L}$ B $\frac{4v}{5L}$ C $\frac{6v}{7L}$ D $\frac{8v}{9L}$ E $\frac{12v}{7L}$

4. 人造地球卫星，绕地球作椭圆轨道运动，地球在椭圆的一个焦点上，则卫星的 []

A 动量不守恒，动能守恒

B 动量守恒，动能不守恒

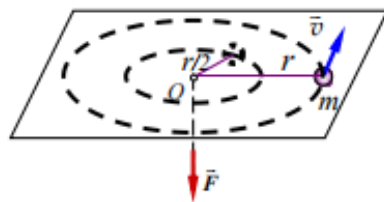
C 对地心的角动量守恒，动能不守恒

D 对地心的角动量不守恒，动能守恒

5. 花样滑冰运动员绕过自身的竖直轴转动，开始时两臂伸开，转动惯量为 J_0 ，角速度为 ω_0 ，然后她将两臂收回，使转动惯量减少为 $\frac{1}{3}J_0$ ，这时她转动的角速度变为 []

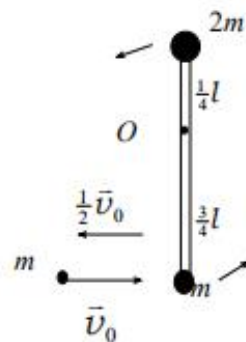
A $\frac{1}{3}\omega_0$ B $\frac{1}{\sqrt{3}}\omega_0$ C $3\omega_0$ D $\sqrt{3}\omega_0$

6. 轻绳一端系着质量为 m 的质点，另一端穿过光滑水平桌面上小孔 O 用力拉着，质点原来以等速率 v 作半径为 r 的圆周运动，问当拉动绳子向正下方移动到半径为 $r/2$ 时，质点的角速度=_____。



7. 质量为 75 kg 的人站在半径为 $2 m$ 的水平转台边缘，转台的固定转轴竖直通过台心且无摩擦。转台绕竖直轴的转动惯量为 $3000 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。开始时整个系统静止，现人以相对于地面为 $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的速率沿转台边缘行走，求：人沿转台边缘行走一周，回到他在转台上的初始位置所用的时间。

8. 如图所示，长为 l 的轻杆，两端各固定质量分别为 m 和 $2m$ 的小球，杆可绕水平光滑固定轴 O 在竖直面内转动，转轴 O 距两端分别为 $\frac{1}{4}l$ 和 $\frac{3}{4}l$ ，轻杆原来静止在竖直位置。今有一质量为 m 的小球，以水平速度 \vec{v}_0 与杆下端小球 m 作对心碰撞，碰后以 $\frac{1}{2}\vec{v}_0$ 的速度返回，试求碰撞后轻杆所获得的角速度。



第三节 力矩做功 刚体定轴转动的动能定理

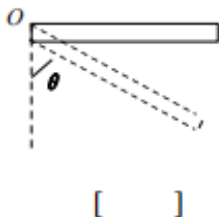
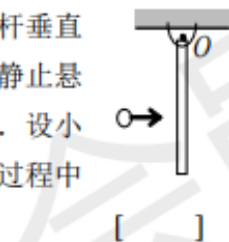
1. 一水平圆盘可绕通过其中心的固定竖直轴转动, 盘上站着一个人, 把人和圆盘取作系统, 当此人在盘上随意走动时, 若忽略轴的摩擦, 此系统 []

A 动量守恒
B 机械能守恒
C 对转轴的角动量守恒
D 动量、机械能和角动量都守恒
E 动量、机械能和角动量都不守恒

2. 如图所示, 一匀质细杆可绕通过上端与杆垂直的水平光滑固定轴 O 旋转, 初始状态为静止悬挂. 现在有一个小球自左方水平打击细杆. 设小球与细杆之间为非弹性碰撞, 则在碰撞过程中对细杆与小球这一系统 []

A 只有机械能守恒
B 只有动量守恒
C 只有对转轴 O 的角动量守恒
D 机械能、动量和角动量均守恒

3. 一长为 l 的匀质细杆, 一端固定, 可绕水平轴在竖直平面内转动, 现将杆拉至水平, 然后轻轻释放, 让其自由转下, 忽略摩擦等影响, 当杆转至与竖直线成 θ 角时, 其角速度为 []



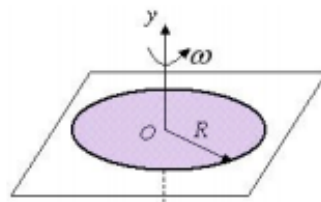
A $(\frac{3g}{l} \sin \theta)^{\frac{1}{2}}$ B $(\frac{3g}{l} \cos \theta)^{\frac{1}{2}}$
C $(\frac{g}{l} \sin \theta)^{\frac{1}{2}}$ D $(\frac{g}{l} \cos \theta)^{\frac{1}{2}}$

4. 一人站在有光滑固定转轴的转动平台上, 双臂伸直水平地举起二哑铃, 在该人把此二哑铃水平收缩到胸前的过程中, 人、哑铃与转动平台组成的系统的:

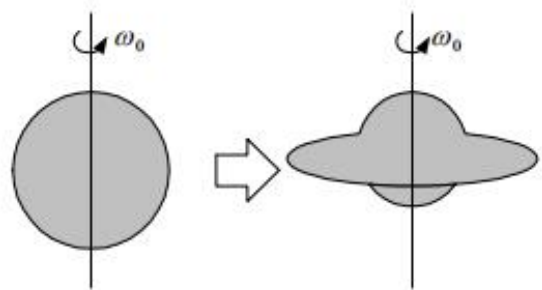
(A) 机械能守恒, 角动量守恒;
(B) 机械能守恒, 角动量不守恒;
(C) 机械能不守恒, 角动量守恒;
(D) 机械能不守恒, 角动量不守恒。

5. 某滑冰运动员转动的角速度原为 ω_0 , 转动惯量为 J_0 , 当他收拢双臂后, 转动惯量减少 $1/4$, 这时他转动的角速度变为 _____; 他若不收拢双臂, 而被另一滑冰运动员施加作用, 使他转动的角速度变为 $\sqrt{2}\omega_0$, 则另一滑冰运动员对他施加力矩所作的功 $W =$ _____。

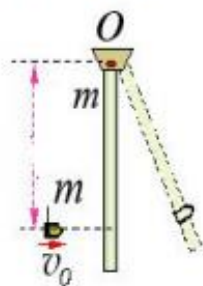
6. 如图, 粗糙水平桌面上有一圆盘, 质量为 m , 半径为 R , 在外力的作用下绕其固定的中心轴 oy 旋转, 角速度为 ω , 撤去外力后在摩擦阻力作用下逐渐变慢至停止, 该过程中摩擦力做功为 _____;



7. 一气体云组成的球状孤立天体, 绕通过球心的自转轴转动, 转动惯量为 I_0 , 角速度为 ω_0 , 由于气体自身的引力作用, 气体云沿径向坍缩, 经过若干年后变为如图所示的形状, 此时它的转动动能为原来的三倍, 则此时它的自转角速度为多少? 相对于自转轴的转动惯量是多少?



8. 一长为 l , 质量为 m 的竿可绕支点 O 自由转动。一质量同为 m 的子弹以水平速度 v_0 射入竿内距支点为 $\frac{2}{3}l$ 处, 与竿一起转动, 求(1) 两物体开始一起转动时竿的角速度 ω 和子弹速度 v ; (2) 竿的最大偏转角 θ_m 。



9. 思考题

如果一个质点系的总角动量等于零, 能否说此质点系中每一个质点都是静止的? 如果一质点系的总角动量为一常值, 能否说作用在质点系上的合外力为零?

刚体转动小结

一、教学要求:

了解转动惯量概念。理解刚体绕定轴转动的转动定律和刚体在绕定轴转动情况下的角动量守恒定律、动能定理。

二、内容提要

刚体的定轴转动

1.运动学: 与圆周运动中角量描述相同

2.动力学:

力矩 $M = r \times F, M = \sum r_i \times F_i, M = \int r \times dF$

转动惯量 $J_z = \sum r_i^2 \Delta m_i, J_z = \int r^2 dm;$

转动定律 $M = dL/dt, M_z = J_z \alpha;$

质点角动量 $L = r \times p,$

刚体角动量 $L = J\omega, L_z = J_z \omega_z;$

角动量原理 $\int_0^t M dt = L - L_0; \int_0^t M_z dt = L_z - L_{0z}$

角动量守恒 $M=0, L=恒量; M_z=0, L_z=恒量$

力矩的功 $A = \int_{\theta_1}^{\theta_2} M_z d\theta,$

功率 $P = dA/dt = M_z \omega;$

转动动能 $E_k = J_z \omega^2 / 2,$

刚体定轴转动的动能定理

$A = \int M_z d\theta = J_z \omega^2 / 2 - J_z \omega_0^2 / 2$

力学测试

一、填空题

1. (本题 2 分)

一质点沿 x 方向运动, 其加速度随时间变化关系为:

$a = 3 + 2t$ (SI), 如果初始时刻质点的速度 $v_0 = 5m/s$, 则 t

为 3s 时质点的速度为_____。

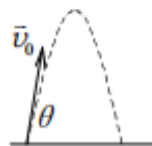
2. (本题 4 分)

一物体作斜抛运动, 初速度 \vec{v}_0 与水平方向夹角为 θ , 如图所示. 物

体轨道最高点处的曲率半径 ρ 为_____。已知质

点的运动学方程为 $\vec{r} = (5 + 2t - \frac{1}{2}t^2)\vec{i} + (4t + \frac{1}{3}t^3)\vec{j}$ (SI)

当 $t = 2s$ 时, 加速度的大小为 $a =$ _____。



3. (本题 4 分)

一个力 F 作用在质量为 1.0 kg 的质点上, 使之沿 x 轴运动. 已

知在此力作用下质点的运动学方程为 $x = 3t - 4t^2 + t^3$ (SI). 在

0 到 4 s 的时间间隔内,

(1) 力 F 的冲量大小 $I =$ _____。

(2) 力 F 对质点所作的功 $W =$ _____。

4. (本题 2 分) 一质量为 60 kg 的人起初站在一条质量为 300 kg, 且正以 2 m/s 的速率向湖岸驶近的小木船上, 湖水是静止的, 其阻力不计. 现在人相对于船以一水平速率 v 沿船的前进方向向河岸跳去, 该人起跳后, 船速减为原来的一半, $v =$ _____。

5. (本题 2 分)

质量为 20 g 的子弹沿 X 轴正向以 500 m/s 的速率射入一木块后, 与木块一起仍沿 X 轴正向以 50 m/s 的速率前进, 在此过程中木块所受冲量的大小为 _____。

6. (本题 3 分)

质量为 0.05 kg 的小块物体, 置于一光滑水平桌面上. 有一绳一端连接此物, 另一端穿过桌面中心的小孔 (如图所示). 该物体原以 3 rad/s 的角速度在距孔 0.2 m 的圆周上转动. 今将绳从小孔缓慢往下拉, 使该物体之转动半径减为 0.1 m. 则物体的角速度 $\omega =$ _____。



7. (本题 3 分)

一质量为 m 的轮船受到河水阻力为

$F = -kv$, 设轮船在速度 \bar{v}_0 时关闭

发动机, 则船还能前进的距离为 _____。

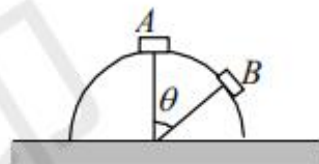
8. (本题 3 分)

一无风的下雨天, 一列火车以 20.0 m/s 的速度匀速前进, 在车内的旅客看见玻璃窗外的雨滴和竖直方向成 45° 角度下降, 则雨滴下落的速度为 _____。

二、选择题

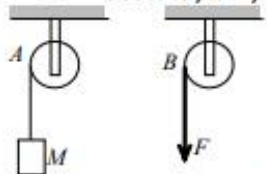
1. 质点的质量为 m , 置于光滑球面的顶点 A 处 (球面固定不动), 如图所示. 当它由静止开始下滑到球面上 B 点时, 它的加速度的大小为

- A $a = 2g(1 - \cos \theta)$. B $a = g \sin \theta$.
C $a = g$ D $a = \sqrt{4g^2(1 - \cos \theta)^2 + g^2 \sin^2 \theta}$



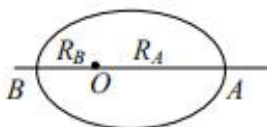
2. 如图所示, A 、 B 为两个相同的绕着轻绳的定滑轮. A 滑轮挂一质量为 M 的物体, B 滑轮受拉力 F , 而且 $F = Mg$. 设 A 、 B 两滑轮的角加速度分别为 β_A 和 β_B , 不计滑轮轴的摩擦, 则有

- A $\beta_A = \beta_B$. B $\beta_A > \beta_B$.
C $\beta_A < \beta_B$. D 开始时 $\beta_A = \beta_B$, 以后 $\beta_A < \beta_B$.



3. 一人造地球卫星到地球中心 O 的最大距离和最小距离分别是 R_A 和 R_B . 设卫星对应的角动量分别是 L_A 、 L_B , 动能分别是 E_{KA} 、 E_{KB} , 则应有

- A $L_B > L_A$, $E_{KA} > E_{KB}$.
B $L_B > L_A$, $E_{KA} = E_{KB}$.
C $L_B = L_A$, $E_{KA} = E_{KB}$.
D $L_B < L_A$, $E_{KA} = E_{KB}$.
E $L_B = L_A$, $E_{KA} < E_{KB}$.



4. 一质量为 60 kg 的人站在一质量为 60 kg、半径为 1 m 的均匀

圆盘的边缘，圆盘可绕与盘面相垂直的中心竖直轴无摩擦地转动，系统原来是静止的。后来人沿圆盘边缘走动，当他相对圆盘的走动速度为 2m/s 时，圆盘角速度为

- A 1rad/s ; B 2rad/s ;
C $2/3\text{rad/s}$; D $4/3\text{rad/s}$ 。

5. 对于沿曲线运动的物体，以下几种说法中哪一种是正确的：

- A 切向加速度必不为零；
B 法向加速度必不为零（拐点处除外）；
C 由于速度沿切线方向，法向分速度必为零，因此法向加速度必为零；
D 若物体作匀速率运动，其总加速度必为零；
E 若物体的加速度 \vec{a} 为恒矢量，它一定作匀变速率运动。

6. 一运动质点在某瞬时位于矢径 $\vec{r}(x, y)$ 的端点处，其速度大小为

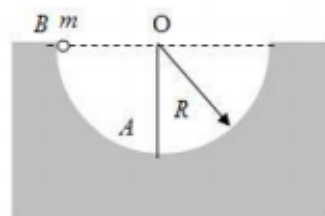
- A $\frac{dr}{dt}$ B $\frac{d\vec{r}}{dt}$
C $\frac{d|\vec{r}|}{dt}$ D $\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$

三、质点在 xoy 平面内运动，其运动方程为

$\vec{r} = 2.0t\vec{i} + (19.0 - 2.0t^2)\vec{j}(\text{SI})$ ，试求：(1) 质点的轨迹方程；

(2) $t = 1\text{s}$ 到 $t = 2\text{s}$ 这段时间内质点的平均速度；(3) 任意时刻质点的速度、切向加速度和法向加速度。

四、一质量为 M 的具有半径为 R 的半球形凹槽的物体静止在光滑的水平面上，凹槽表面也光滑，现在 B 点放置一质量为 m 的小球，释放后小球处于最低位置 A 时物体对小球的作用力。



五、一个质量为 m 的雨滴在下落过程中受到空气阻力，阻力大小与速度成正比，比例系数为 k ，以下落点为计时零点，雨滴此时速度为零，求：(1) 雨滴下落速度与时间的关系函数；(2) 雨滴下落的终极速度？

六、在留声机的转盘绕通过盘心垂直盘面的轴以角速度 ω 做匀速转动。放上唱片后，唱片将在摩擦力作用下随转盘一起转动。设唱片的半径为 R ，质量为 m ，它与转盘间的摩擦系数为 μ ，求：(1) 唱片与转盘间的摩擦力矩；(2) 唱片达到角速度 ω 时需要多长时间；(3) 在这段时间内，转盘的驱动力矩做了多少功？

非会员水印